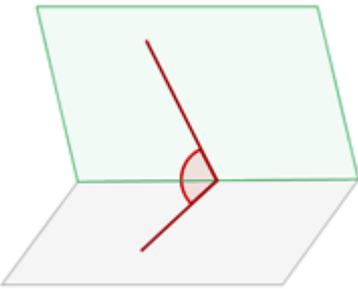


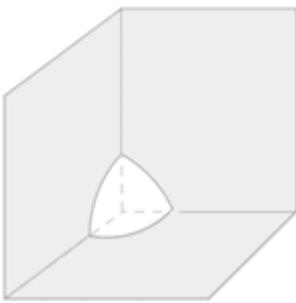
Poliedros

Ángulo diedro



Es la porción de espacio limitada por dos semiplanos que se llaman caras.

Ángulo poliedro



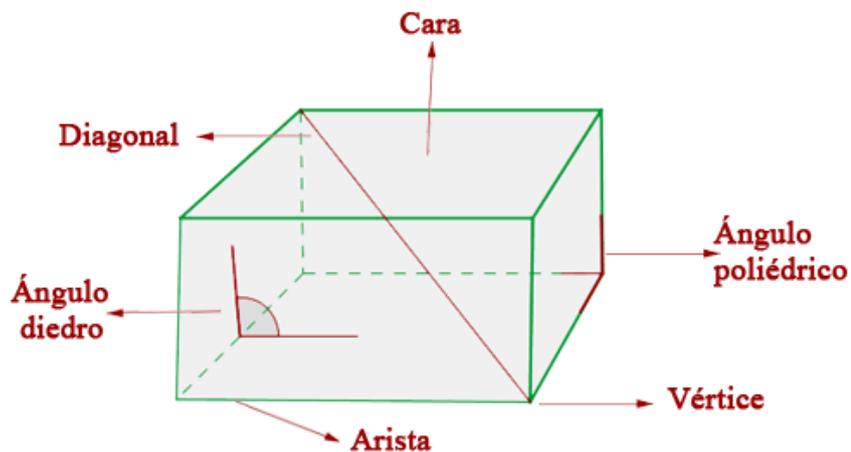
Es la porción de espacio limitada por tres o más planos que concurren en un punto llamado vértice.

Un ángulo poliedro debe medir menos de 360° .

Poliedro

Es la región del espacio limitada por polígonos.

Elementos de un poliedro



Caras

Cada uno de los polígonos que limitan al poliedro.

Aristas

Los lados de las caras del poliedro. Dos caras tienen una arista en común.

Vértices

Los vértices de cada una de las caras del poliedro. Tres caras coinciden en un mismo vértice.

Ángulos diedros

Los ángulos formados por cada dos caras que tienen una arista en común.

Ángulos poliédricos

Los ángulos formados por tres o más caras del poliedro con un vértice común.

Diagonales

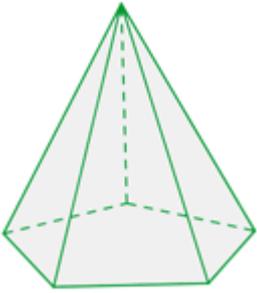
Segmentos que unen dos vértices no pertenecientes a la misma cara.

Relación de Euler

$$\text{N}^{\circ} \text{ de caras} + \text{N}^{\circ} \text{ de vértices} = \text{N}^{\circ} \text{ de aristas} + 2.$$

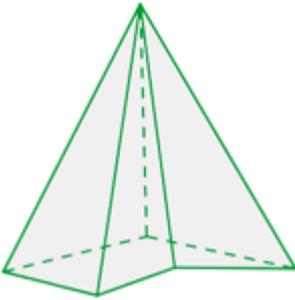
Tipos de poliedros

Poliedro convexo



En un **poliedro convexo** una **recta** sólo pueda cortar a su **superficie** en **dos puntos**.

Poliedro cóncavo



En un **poliedro cóncavo** una **recta** puede cortar su **superficie** en **más de dos puntos**, por lo que posee algún ángulo diedro entrante.

Tipos de poliedros regulares

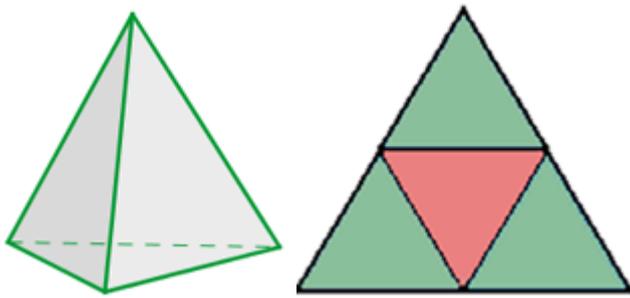
Poliedros regulares

Tiene todos sus ángulos diedros y todos sus ángulos poliedros iguales y sus caras son polígonos regulares iguales.

Sólo hay **cinco poliedros regulares**.

Clasificación de poliedros regulares

Tetraedro

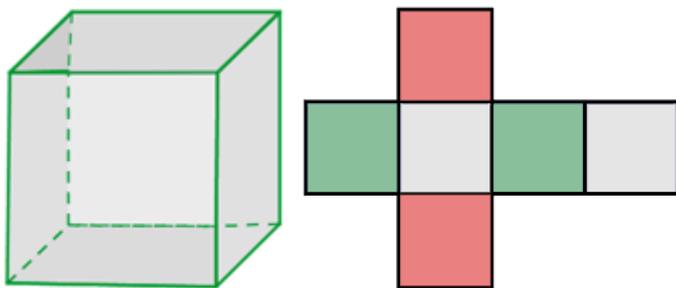


Su superficie está formada por 4 triángulos equiláteros iguales.

Tiene cuatro vértices y cuatro aristas.

Es una pirámide triangular regular.

Hexaedro o cubo

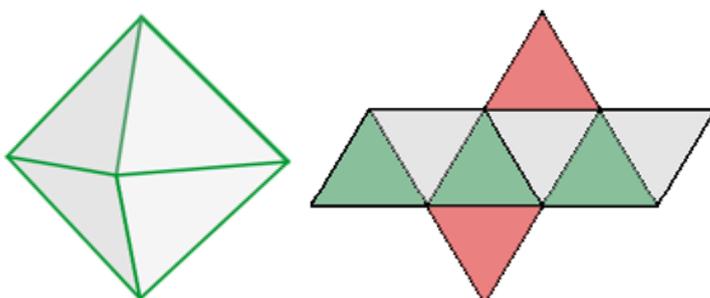


Su superficie está constituida por 6 cuadrados..

Tiene 8 vértices y 12 aristas..

Es un prisma cuadrangular regular. .

Octaedro

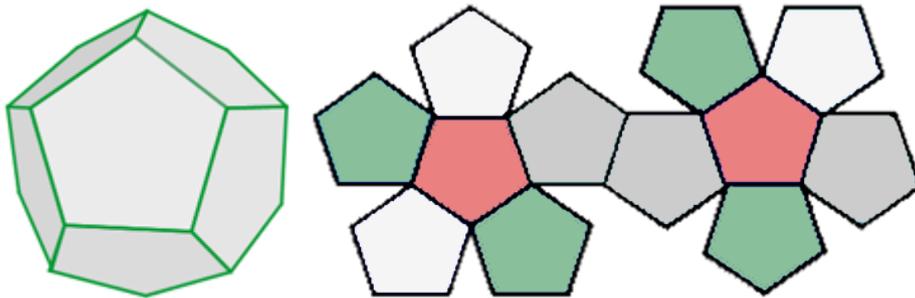


Su superficie consta de ocho triángulos equiláteros.

Tiene 6 vértices y 12 aristas.

Se puede considerar formado por la unión, desde sus bases, de dos pirámides cuadrangulares regulares iguales.

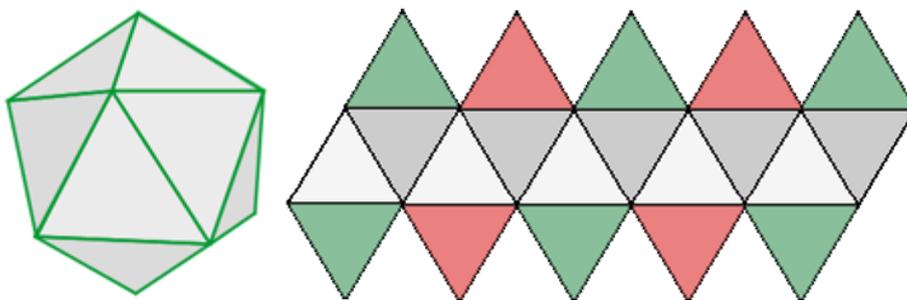
Dodecaedro



Su superficie consta de 12 pentágonos regulares.

Tiene 20 vértices y 30 aristas.

Icosaedro



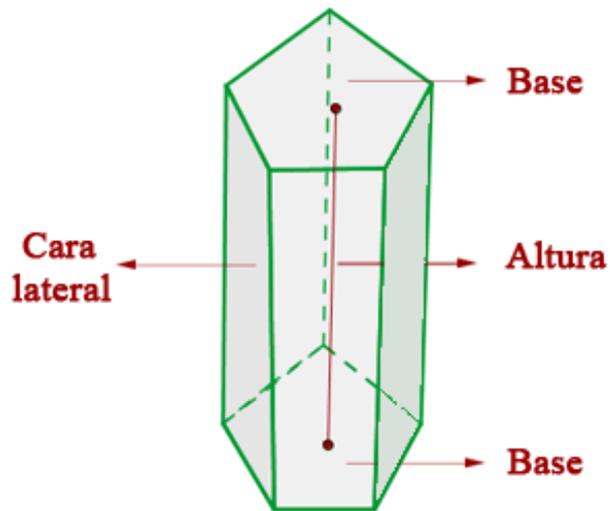
Su superficie consta de veinte triángulos equiláteros.

Tiene 12 vértices y 30 aristas.

Prismas

Los **prismas** son **poliedros** que tienen **dos caras paralelas e iguales** llamadas **bases** y sus **caras laterales** son **paralelogramos**.

Elementos de un prisma

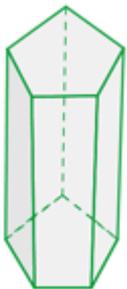


Altura de un prisma es la **distancia entre las bases**.

Los lados de las bases constituyen las **aristas básicas** y los lados de las caras laterales las **aristas laterales**, éstas son iguales y paralelas entre sí.

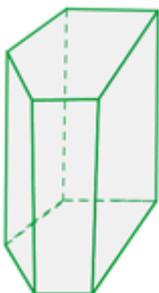
Tipos de los prismas

Prismas regulares



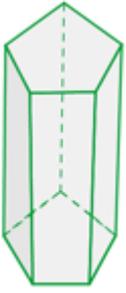
Son aquellos cuyas bases son **polígonos regulares**.

Prismas irregulares



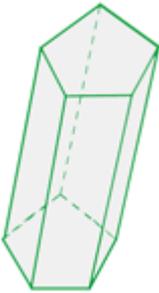
Son aquellos cuyas bases son **polígonos irregulares**.

Prismas rectos



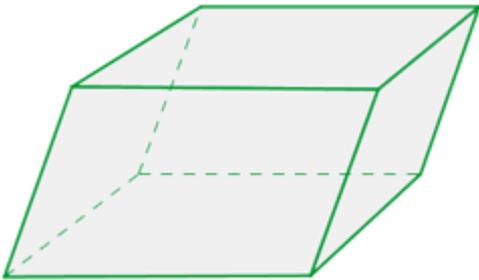
Son aquellos cuyas caras laterales son rectángulos o cuadrados.

Prismas oblicuos



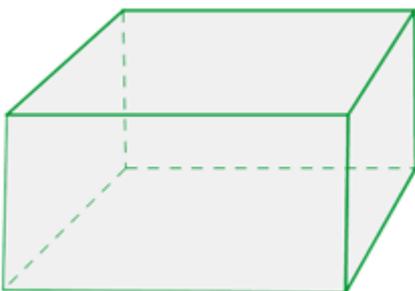
Son aquellos cuyas caras laterales son romboides o rombos.

Paralelepípedos



Son aquellos prismas cuyas bases son paralelogramos.

Ortoedros

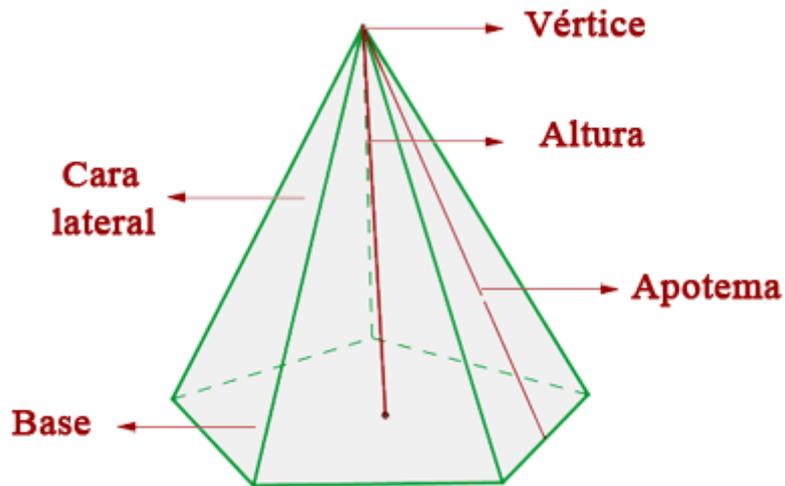


Son aquellos prismas que tienen todas sus caras rectangulares.

Pirámides

Poliedros cuya base es un polígono cualquiera y cuyas caras laterales son triángulos con un vértice común, que es el vértice de la pirámide.

Elementos de una pirámide



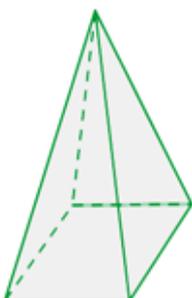
La altura de la pirámide es el **segmento perpendicular** a la base, que une la base con el vértice.

La **apotema de la pirámide** es la altura de cualquiera de sus caras laterales.

Las aristas de la base se llaman aristas básicas y las aristas que concurren en el vértice, aristas laterales.

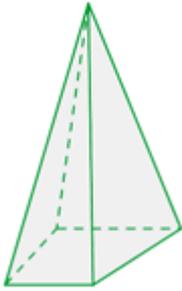
Clasificación de las pirámides

Pirámide regular



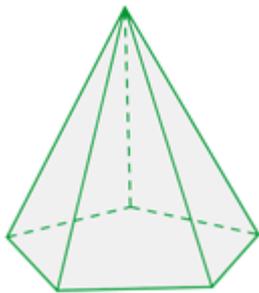
Es aquella que tiene de base un polígono regular y sus caras laterales iguales.

Pirámide irregular



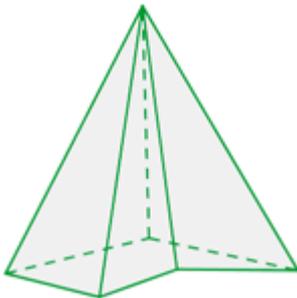
Es aquella que tiene de base un polígono irregular.

Pirámide convexa



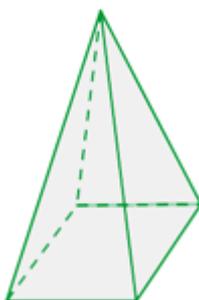
Es aquella cuya base es un polígono convexo.

Pirámide cóncava



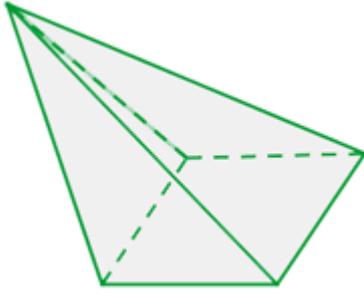
Es aquella cuya base es un polígono cóncavo.

Pirámide recta



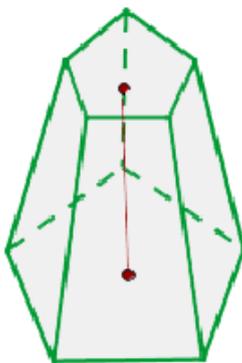
Es aquella en la que todas sus caras laterales son triángulos isósceles y la altura cae al punto medio de la base.

Pirámide oblicua



Es aquella en la que alguna de sus caras laterales no es un triángulo isósceles.

Tronco de pirámide



Es el cuerpo geométrico que resulta al cortar una pirámide por un plano paralelo a la base y separar la parte que contiene al vértice.

La sección determinada por el corte es la **base menor**.

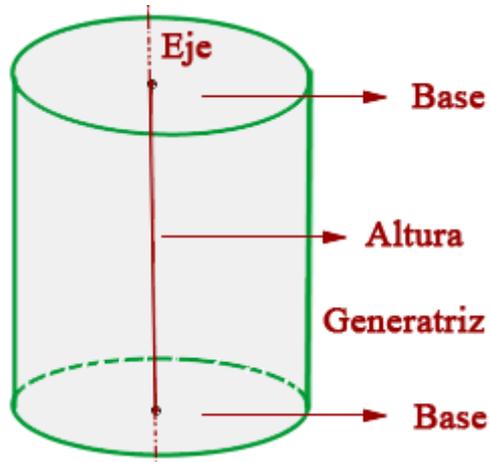
Las **caras laterales** son **trapezios isósceles**.

Las **apotemas** son las **alturas** de los **trapezios isósceles**.

La **altura** es la distancia entre las bases.

Cilindro

Es el cuerpo engendrado por un rectángulo que gira alrededor de uno de sus lados.



Elementos del cilindro

Eje

Es El lado fijo alrededor del cual gira el rectángulo.

Generatriz

Es el lado opuesto al eje, y es el lado que engendra el cilindro.

Bases

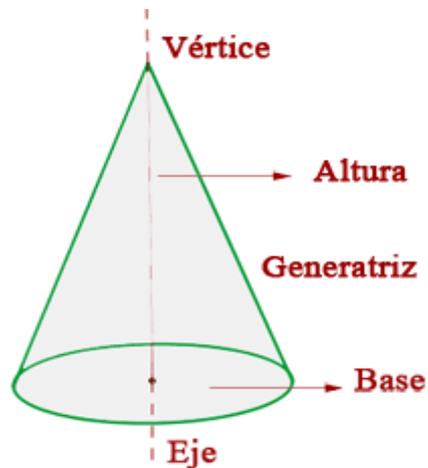
Son los círculos que engendran los lados perpendiculares al eje.

Altura

Es la distancia entre las dos bases, esta distancia es igual a la generatriz.

Cono

Es el cuerpo de revolución obtenido al hacer girar un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos.



Elementos del cono

Eje

Es el cateto fijo alrededor del cual gira el triángulo.

Base

Es el círculo que forma el otro cateto.

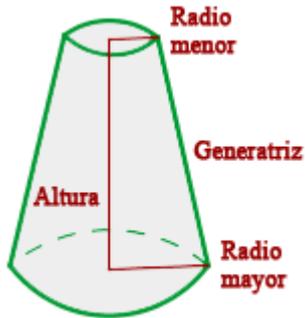
Generatriz

Es la hipotenusa del triángulo rectángulo.

Altura

Es la distancia del vértice a la base.

Tronco de cono

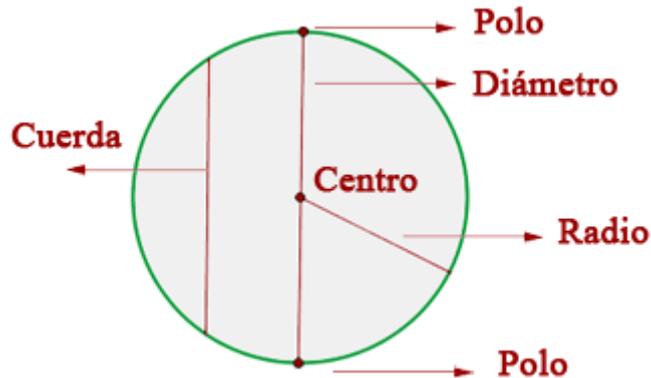


Es el cuerpo geométrico que resulta al cortar un cono por un plano paralelo a la base y separar la parte que contiene al vértice.

La sección determinada por el corte es la base menor.

Esfera

Es la región del espacio que se encuentra en el interior de una superficie esférica.



Elementos de la esfera

Centro

Punto interior que equidista de cualquier punto de la esfera.

Radio

Distancia del centro a un punto de la esfera.

Cuerda

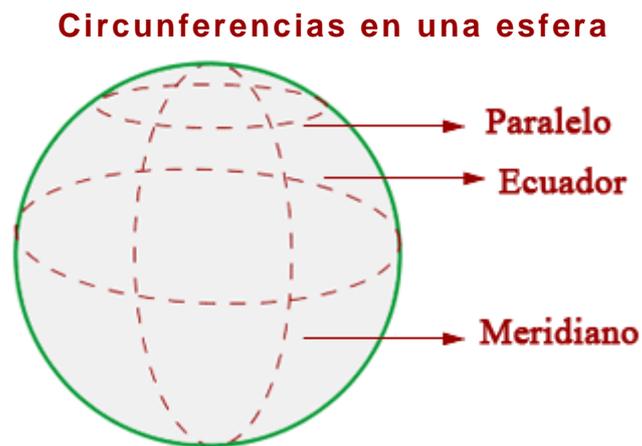
Segmento que une dos puntos de la superficie.

Diámetro

Cuerda que pasa por el centro.

Polos

Son los puntos del eje de giro que quedan sobre la superficie esférica.



Paralelos

Circunferencias obtenidas al cortar la superficie esférica con planos perpendiculares al eje de revolución.

Ecuador

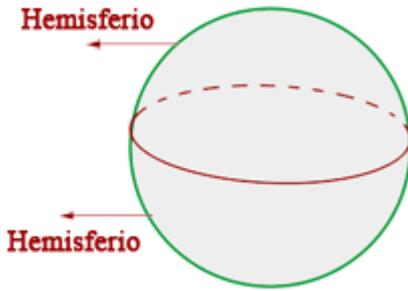
Circunferencia obtenida al cortar la superficie esférica con el plano perpendicular al eje de revolución que contiene al centro de la esfera.

Meridianos

Circunferencias obtenidas al cortar la superficie esférica con planos que contienen el eje de revolución.

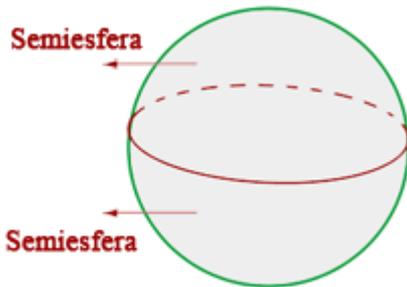
Figuras geométricas en la esfera

Hemisferio



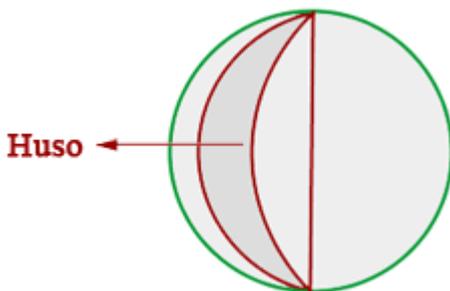
Es cada una de las partes en que queda dividida la superficie esférica por un plano que pasa por el centro de la esfera, llamado plano diametral.

Semiesfera



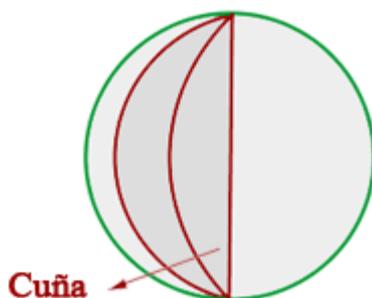
Parte de una esfera comprendida entre dos planos que se cortan en el diámetro de aquella.

Huso esférico



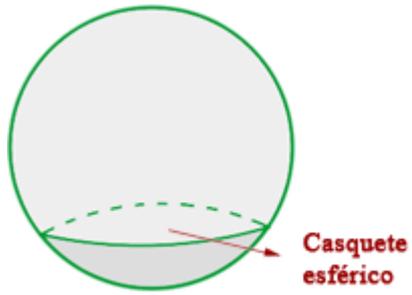
Parte de la superficie de una esfera comprendida entre dos planos que se cortan en el diámetro de aquella.

Cuña esférica



Parte de de una esfera comprendida entre dos planos que se cortan en el diámetro de aquella.

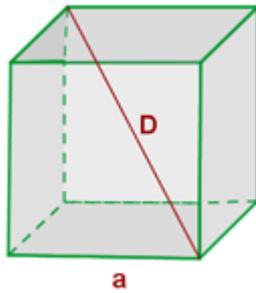
Casquete esférico



Es cada una de las partes de la esfera determinada por un plano secante.

Áreas y volúmenes en el espacio

Área y volumen del cubo

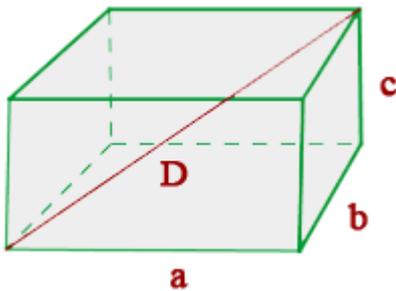


$$A_L = 4 \cdot a^2$$

$$A_T = 6 \cdot a^2$$

$$V = a^3$$

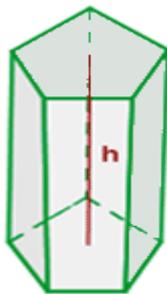
Área y volumen del ortoedro



$$A = 2(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Área y volumen del prisma



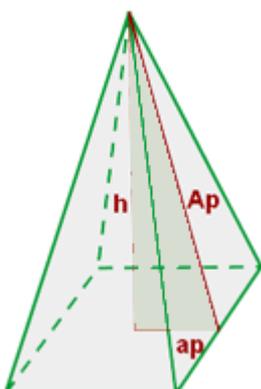
P_B = Perímetro de la base

$$A_L = P_B \cdot h$$

$$A_T = A_L + 2 \cdot A_B$$

$$V = A_B \cdot h$$

Área y volumen de la pirámide



P_B = Perímetro de la base

Ap = apotema de la pirámide

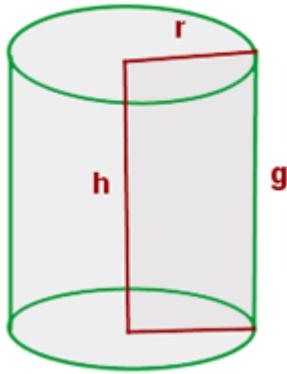
ap = apotema de la base

$$A_L = \frac{P_B \cdot Ap}{2}$$

$$A_T = A_L + A_B$$

$$V = \frac{A_B \cdot h}{3}$$

Área y Volumen del cilindro



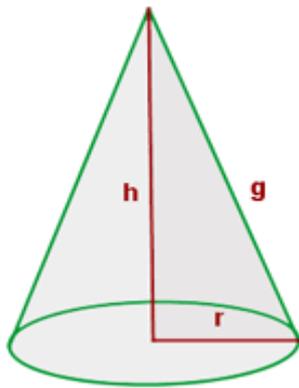
$$g = h$$

$$A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$A_T = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (h + r)$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Área y volumen del cono



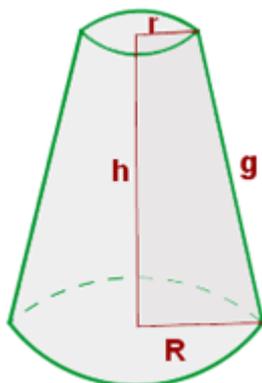
$$g^2 = r^2 + h^2$$

$$A_L = \pi \cdot r \cdot g$$

$$A_T = \pi \cdot r \cdot (g + r)$$

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

Área y volumen del tronco de cono

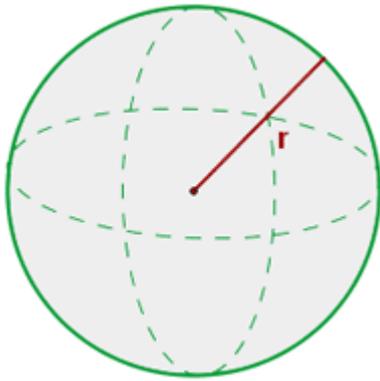


$$A_L = \pi \cdot (R + r) \cdot g$$

$$A_T = \pi [g(R + r) + R^2 + r^2]$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h (R^2 + r^2 + R \cdot r)$$

Área y volumen de la esfera



$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$$

Resumen Áreas y volúmenes

Área del triángulo equilátero

$$A = \frac{a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a}{2}$$

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

Área y volumen del tetraedro

$$A = \sqrt{3} \cdot a^2$$

$$V = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3$$

Área y volumen del octaedro

$$A = 2\sqrt{3} \cdot a^2$$

$$V = \frac{\sqrt{2}}{3} a^3$$

Área del icosaedro

$$A = 5 \cdot \sqrt{3} \cdot a^2$$

$$V = \frac{5}{12} (3 + \sqrt{5}) a^3$$

Área del pentágono regular

$$A = 10 \cdot \frac{\frac{a}{2} \cdot ap}{2} = \frac{5}{2} a \cdot ap$$

Área del dodecaedro

$$A = 30 \cdot a \cdot ap$$

$$V = \frac{1}{4} (15 + 7\sqrt{5}) a^3$$

Área y volumen del cubo

$$D = \sqrt{3} \cdot a$$

$$A_L = 4 \cdot a^2$$

$$A_T = 6 \cdot a^2$$

$$V = a^3$$

Área y volumen del ortoedro

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$A = 2(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Área y volumen del prisma

$$P_B = \text{Perímetro de la base}$$

$$A_L = P_B \cdot h$$

$$A_T = A_L + 2 \cdot A_B$$

$$V = A_B \cdot h$$

Área y volumen de la pirámide

P_B = Perímetro de la base

A_p = apotema de la pirámide

a_p = apotema de la base

$$A_p^2 = h^2 + a_p^2$$

$$A_L = \frac{P_B \cdot A_p}{2}$$

$$A_T = A_L + A_B$$

$$V = \frac{A_B \cdot h}{3}$$

Área y volumen del tronco de pirámide

P = Perímetro de la base mayor

P' = Perímetro de la base menor

A_p = apotema del tronco de pirámide

A = Área de la base mayor

A' = Área de la base menor

$$A_L = \frac{P + P'}{2} \cdot A_p$$

$$A_T = \frac{P + P'}{2} \cdot A_p + A + A'$$

Área y volumen del cilindro

$g = h$

$$A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$A_T = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (h+r)$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Área y volumen del cono

$$g^2 = r^2 + h^2$$

$$A_L = \pi \cdot r \cdot g$$

$$A_T = \pi \cdot r \cdot (g+r)$$

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

Área y volumen del tronco de cono

$$A_L = \pi \cdot (R+r) \cdot g$$

$$A_T = \pi [g(R+r) + R^2 + r^2]$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h (R^2 + r^2 + R \cdot r)$$

Área y volumen de la esfera

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$$

Área del huso esférico y volumen de la cuña esférica

$$A = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^2}{360} \cdot n$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi \cdot r^3}{360} \cdot n$$

Área y volumen del casquete esférico

$$A = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot h^2 \cdot (3R - h)$$

Área y volumen de la zona esférica

$$A = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h$$

$$V = \frac{1}{6} \pi \cdot h \cdot (h^2 + 3 \cdot R^2 + 3r^2)$$